

Задачи олимпиады: Математика 11 класс (1 попытка)

Задача 1.

Задача 1. #1 ID 170

Вера написала на доске восьмизначное число. Надя переставила три первые его цифры в конец и написала полученное восьмизначное число на доске (Например, если Вера написала 12 345 678, то Надя написала 45 678 123.) Люба сложила два написанных на доске числа. Сколько различных чисел из отрезка $[23\ 100\ 000; 23\ 100\ 140]$ могло получиться у Любы?

99986967170

Ответ:

5

Задача 1. #2 ID 171

Вера написала на доске восьмизначное число. Надя переставила три первые его цифры в конец и написала полученное восьмизначное число на доске (Например, если Вера написала 12 345 678, то Надя написала 45 678 123.) Люба сложила два написанных на доске числа. Сколько различных чисел из отрезка $[25\ 400\ 000; 25\ 400\ 160]$ могло получиться у Любы?

99986967171

Ответ:

9

Задача 1. #3 ID 172

Вера написала на доске восьмизначное число. Надя переставила три первые его цифры в конец и написала полученное восьмизначное число на доске (Например, если Вера написала 12 345 678, то Надя написала 45 678 123.) Люба сложила два написанных на доске числа. Сколько различных чисел из отрезка $[27\ 000\ 000; 27\ 000\ 150]$ могло получиться у Любы?

99986967172

Ответ:

12

Задача 1. #4 ID 173

Вера написала на доске восьмизначное число. Надя переставила три первые его цифры в конец и написала полученное восьмизначное число на доске (Например, если Вера написала 12 345 678, то Надя написала 45 678 123.) Люба сложила два написанных на доске числа. Сколько различных чисел из отрезка $[24\ 200\ 000; 24\ 200\ 170]$ могло получиться у Любы?

9998696773

Ответ:

7

Задача 2.

Задача 2. #5 ID 174

Найдите сумму квадратов всех решений уравнения $x^2 - 14[3x] + 152 = 0$.

(Здесь $[x]$ обозначает целую часть числа x — наибольшее целое число, не превосходящее x . Например, $[1,7] = 1$, $[-1,7] = -2$.)

9998696774

Ответ:

4306

Задача 2. #6 ID 175

Найдите сумму квадратов всех решений уравнения $x^2 - 10[5x] - 51 = 0$.

(Здесь $[x]$ обозначает целую часть числа x — наибольшее целое число, не превосходящее x . Например, $[1,7] = 1$, $[-1,7] = -2$.)

9998696775

Ответ:

5193

Задача 2. #7 ID 176

Найдите сумму квадратов всех решений уравнения $x^2 - 3[8x] - 52 = 0$.

(Здесь $[x]$ обозначает целую часть числа x — наибольшее целое число, не превосходящее x . Например, $[1,7] = 1$, $[-1,7] = -2$.)

9998696776

Ответ:

1353

Задача 2. #8 ID 177

Найдите сумму квадратов всех решений уравнения $x^2 + 3[11x] - 190 = 0$.

(Здесь $[x]$ обозначает целую часть числа x — наибольшее целое число, не превосходящее x . Например, $[1,7] = 1$, $[-1,7] = -2$.)

99986967177

Ответ:

2916

Задача 3.

Задача 3. #9 ID 178

Сколькими способами в прямоугольнике 60×70 можно разместить две кости домино 1×2 ?

Замечание: каждая кость занимает две соседние клетки.

99986967178

Ответ:

34167891

;

68335782

Задача 3. #10 ID 179

Сколькими способами в прямоугольнике 50×40 можно разместить две кости домино 1×2 ?

Замечание: каждая кость занимает две соседние клетки.

99986967179

Ответ:

7630631

;

15261262

Задача 3. #11 ID 180

Сколькими способами в прямоугольнике 20×90 можно разместить две кости домино 1×2 ?

Замечание: каждая кость занимает две соседние клетки.

99986967180

Ответ:

6078161
;
12156322

Задача 3. #12 ID 181

Сколькими способами в прямоугольнике 25×37 можно разместить две кости домино 1×2 ?

Замечание: каждая кость занимает две соседние клетки.

99986967181

Ответ:

1592396
;
3184792

Задача 4.

Задача 4. #13 ID 182

Окружности Ω и ω радиусов 5 и 4 соответственно касаются друг друга внешним образом в точке T . Прямая ℓ пересекает окружность ω в точках A и B , а окружность Ω — в точках C и D , причём B лежит между A и C , C лежит между B и D , а центры окружностей лежат по одну сторону от ℓ . Известно, что $AB : BC : CD = 4 : 1 : 6$. Найдите BC^2 . При необходимости округлите ответ до трёх знаков после запятой.

99986967182

Ответ:

2,244
;
864/385
;
 $\frac{864}{385}$
;
2.244

Задача 4. #14 ID 183

Окружности Ω и ω радиусов 5 и 2 соответственно касаются друг друга внешним образом в точке T . Прямая ℓ пересекает окружность ω в точках A и B , а окружность Ω — в точках C и D , причём B лежит между A и C , C лежит между B и D , а центры окружностей лежат по одну сторону от ℓ . Известно, что $AB : BC : CD = 4 : 3 : 4$. Найдите AD^2 . При необходимости округлите ответ до трёх знаков после запятой.

99986967183

Ответ:

88

Задача 4. #15 ID 184

Окружности Ω и ω радиусов 4 и 3 соответственно касаются друг друга внешним образом в точке T . Прямая ℓ пересекает окружность ω в точках A и B , а окружность Ω — в точках C и D , причём B лежит между A и C , C лежит между B и D , а центры окружностей лежат по одну сторону от ℓ . Известно, что $AB : BC : CD = 4 : 3 : 2$. Найдите AC^2 . При необходимости округлите ответ до трёх знаков после запятой.

99986967184

Ответ:

62,015
;
62.015
;
8372/135
;
 $\frac{8372}{135}$

Задача 4. #16 ID 185

Окружности Ω и ω радиусов 4 и 3 соответственно касаются друг друга внешним образом в точке T . Прямая ℓ пересекает окружность ω в точках A и B , а окружность Ω — в точках C и D , причём B лежит между A и C , C лежит между B и D , а центры окружностей лежат по одну сторону от ℓ . Известно, что $AB : BC : CD = 6 : 1 : 10$. Найдите BD^2 . При необходимости округлите ответ до трёх знаков после запятой.

99986967185

Ответ:

72,101
;
72.101
;
8580/119
;
 $\frac{8580}{119}$

Задача 5.

Задача 5. #17 ID 186

На рёбрах BC , AB и A_1B_1 параллелепипеда $ABCD A_1B_1C_1D_1$ отмечены точки K , L и M соответственно так, что $BC : BK = AL : LB = B_1M : MA_1 = 2$. Прямая ℓ пересекает прямые CD , C_1K , B_1D_1 и LM в четырёх различных точках E , F , G и H соответственно. Найдите длину отрезка HE , если известно, что $GE = 3$.

99986967186

Ответ:

5

Задача 5. #18 ID 187

На рёбрах BC , AB и A_1B_1 параллелепипеда $ABCD A_1B_1C_1D_1$ отмечены точки K , L и M соответственно так, что $BC : BK = AL : LB = B_1M : MA_1 = 3$. Прямая ℓ пересекает прямые CD , C_1K , B_1D_1 и LM в четырёх различных точках E , F , G и H соответственно. Найдите длину отрезка HE , если известно, что $GE = 4$.

99986967187

Ответ:

7

Задача 5. #19 ID 188

На рёбрах BC , AB и A_1B_1 параллелепипеда $ABCD A_1B_1C_1D_1$ отмечены точки K , L и M соответственно так, что $BC : BK = AL : LB = B_1M : MA_1 = 4$. Прямая ℓ пересекает прямые CD , C_1K , B_1D_1 и LM в четырёх различных точках E , F , G и H соответственно. Найдите длину отрезка HE , если известно, что $GE = 5$.

99986967188

Ответ:

9

Задача 5. #20 ID 189

На рёбрах BC , AB и A_1B_1 параллелепипеда $ABCD A_1B_1C_1D_1$ отмечены точки K , L и M соответственно так, что $BC : BK = AL : LB = B_1M : MA_1 = 5$. Прямая ℓ пересекает прямые CD , C_1K , B_1D_1 и LM в четырёх различных точках E , F , G и H соответственно. Найдите длину отрезка HE , если известно, что $GE = 6$.

99986967189

Ответ:

11