

Задачи олимпиады: Математика 11 класс (3 попытка)

Задача 1.

Задача 1. #1 ID 822

Известно, что $\cos \alpha - \sin \beta = \frac{1}{4}$; $\cos 3\alpha + \sin 3\beta = -\frac{11}{16}$. Найдите наибольшее значение выражения $\cos^2 \alpha + \sin^2 \beta$.

99986967822

Ответ:

0,0625
;
0.0625

Задача 1. #2 ID 823

Известно, что $\sin \alpha + \sin \beta = \frac{2}{5}$; $\sin 3\alpha + \sin 3\beta = \frac{118}{125}$. Найдите наименьшее значение выражения $\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta$.

99986967823

Ответ:

0,16
;
0.16

Задача 1. #3 ID 824

Известно, что $\sin \alpha - \sin \beta = 0,7$; $\sin 3\alpha - \sin 3\beta = 0,728$. Найдите наибольшее значение выражения $\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta$.

99986967824

Ответ:

0,49
;
0.49

Задача 1. #4 ID 825

Известно, что $\cos \alpha - \cos \beta = 0,9$; $\cos 3\alpha - \cos 3\beta = 0,216$. Найдите наименьшее значение выражения $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta$.

99986967825

Ответ:

0,81
;
0.81

Задача 2.

Задача 2. #5 ID 827

Уравнение $x^3 + 7x^2 - 42x + a = 0$ имеет три различных корня, которые образуют геометрическую прогрессию.

Найдите все возможные значения параметра a . Если их несколько, в ответ запишите наибольшее из них.

99986967827

Ответ:

-216

Задача 2. #6 ID 826

Уравнение $x^3 - 19x^2 - 285x + a = 0$ имеет три различных корня, которые образуют геометрическую прогрессию.

Найдите все возможные значения параметра a . Если их несколько, в ответ запишите наибольшее из них.

99986967826

Ответ:

3375

Задача 2. #7 ID 858

Уравнение $x^3 + 21x^2 + 126x + a = 0$ имеет три различных корня, которые образуют геометрическую прогрессию.

Найдите все возможные значения параметра a . Если их несколько, в ответ запишите наибольшее из них.

99986967858

Ответ:

216

Задача 2. #8 ID 859

Уравнение $x^3 - 17,5x^2 + 87,5x - a = 0$ имеет три различных корня, которые образуют геометрическую прогрессию.

Найдите все возможные значения параметра a . Если их несколько, в ответ запишите наибольшее из них.

99986967859

Ответ:

125

Задача 3.

Задача 3. #9 ID 860

Окружность проходит через вершину B треугольника ABC и через его точку пересечения биссектрис I , причем прямая AI касается этой окружности. Пусть X и Y — точки пересечения сторон AB и BC соответственно с этой окружностью, а Z есть точка пересечения стороны AC с прямой IY . Найдите BY , если $XI = 3,5$; $AZ = 5$.

99986967860

Ответ:

2,45
;
2.45

Задача 3. #10 ID 861

Окружность проходит через вершину B треугольника ABC и через его точку пересечения биссектрис I , причем прямая AI касается этой окружности. Пусть X и Y — точки пересечения сторон AB и BC соответственно с этой окружностью, а Z есть точка пересечения стороны AC с прямой IY . Найдите BY , если $XI = 4$; $AZ = 8$.

99986967861

Ответ:

2

Задача 3. #11 ID 862

Окружность проходит через вершину B треугольника ABC и через его точку пересечения биссектрис I , причем прямая AI касается этой окружности. Пусть X и Y — точки пересечения сторон AB и BC соответственно с этой окружностью, а Z есть точка пересечения стороны AC с прямой IY . Найдите BY , если $XI = 6$; $AZ = 10$.

99986967862

Ответ:

3,6
;
3.6

Задача 3. #12 ID 863

Окружность проходит через вершину B треугольника ABC и через его точку пересечения биссектрис I , причем прямая AI касается этой окружности. Пусть X и Y — точки пересечения сторон AB и BC соответственно с этой окружностью, а Z есть точка пересечения стороны AC с прямой IY . Найдите BY , если $XI = 4,5$; $AZ = 7,5$.

99986967863

Ответ:

2,7
;
2.7

Задача 4.

Задача 4. #13 ID 864

Про натуральные числа n , m , k и l известно, что $mn = kl = 350$. Оказалось, что точки с координатами (m, n) и (k, l) различны, а площадь треугольника с вершинами в данных точках и начале координат минимальна. Вычислите эту площадь.

99986967864

Ответ:

120

Задача 4. #14 ID 865

Про натуральные числа n, m, k и l известно, что $mn = kl = 450$. Оказалось, что точки с координатами (m, n) и (k, l) различны, а площадь треугольника с вершинами в данных точках и начале координат минимальна. Вычислите эту площадь.

99986967865

Ответ:

47,5
;
47.5

Задача 4. #15 ID 866

Про натуральные числа n, m, k и l известно, что $mn = kl = 550$. Оказалось, что точки с координатами (m, n) и (k, l) различны, а площадь треугольника с вершинами в данных точках и начале координат минимальна. Вычислите эту площадь.

99986967866

Ответ:

52,5
;
52.5

Задача 4. #16 ID 867

Про натуральные числа n, m, k и l известно, что $mn = kl = 650$. Оказалось, что точки с координатами (m, n) и (k, l) различны, а площадь треугольника с вершинами в данных точках и начале координат минимальна. Вычислите эту площадь.

99986967867

Ответ:

25,5
;
25.5

Задача 5.

Задача 5. #17 ID 868

На декартовой плоскости имеется прямоугольный бильярдный стол с вершинами в точках $(0; 0)$, $(0; 6)$, $(10; 0)$, $(10; 6)$ и шар в точке $(2; 3)$. Шар при ударе по нему попал в нижнюю правую лузу (точка $(10; 0)$), отскочив сначала от верхнего борта, потом от правого, далее от нижнего, потом от левого и, наконец, снова от верхнего. Какое расстояние преодолел шар перед тем, как попасть в лузу? (Считайте, что шар и луза — материальные точки.)

99986967868

Ответ:

35

Задача 5. #18 ID 869

На декартовой плоскости имеется прямоугольный бильярдный стол с вершинами в точках $(0; 0)$, $(0; 9)$, $(15; 0)$, $(15; 9)$ и шар в точке $(1; 3)$. Шар при ударе по нему попал в нижнюю правую лузу (точка $(15; 0)$), отскочив сначала от верхнего борта, потом от правого, далее от нижнего, потом от левого и, наконец, снова от верхнего. Какое расстояние преодолел шар перед тем, как попасть в лузу? (Считайте, что шар и луза — материальные точки.)

99986967869

Ответ:

55

Задача 5. #19 ID 870

На декартовой плоскости имеется прямоугольный бильярдный стол с вершинами в точках $(0; 0)$, $(0; 9)$, $(15; 0)$, $(15; 9)$ и шар в точке $(5; 6)$. Шар при ударе по нему попал в нижнюю правую лузу (точка $(15; 0)$), отскочив сначала от верхнего борта, потом от правого, далее от нижнего, потом от левого и, наконец, снова от верхнего. Какое расстояние преодолел шар перед тем, как попасть в лузу? (Считайте, что шар и луза — материальные точки.)

99986967870

Ответ:

50

Задача 5. #20 ID 871

На декартовой плоскости имеется прямоугольный бильярдный стол с вершинами в точках $(0; 0)$, $(0; 12)$, $(20; 0)$, $(20; 12)$ и шар в точке $(8; 9)$. Шар при ударе по нему попал в нижнюю правую лузу (точка $(20; 0)$), отскочив сначала от верхнего борта, потом от правого, далее от нижнего, потом от левого и, наконец, снова от верхнего. Какое расстояние преодолел шар перед тем, как попасть в лузу? (Считайте, что шар и луза — материальные точки.)

99986967871

Ответ:

65

Задача 1.2

Задача 1. #21 ID 1366

Известно, что $\cos \alpha - \sin \beta = \frac{1}{4}$; $\cos 3\alpha + \sin 3\beta = -\frac{11}{16}$. Найдите наибольшее значение выражения $\sin^2 \alpha + \cos^2 \beta$.

999869671366

Ответ:

1,9375

Задача 1. #22 ID 1367

Известно, что $\sin \alpha + \sin \beta = \frac{2}{5}$; $\sin 3\alpha + \sin 3\beta = \frac{118}{125}$. Найдите наименьшее значение выражения $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta$.

999869671367

Ответ:

1,84

Задача 1. #23 ID 1368

Известно, что $\sin \alpha - \sin \beta = 0,7$; $\sin 3\alpha - \sin 3\beta = 0,728$. Найдите наибольшее значение выражения $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta$.

999869671368

Ответ:

1,51

Задача 1. #24 ID 1369

Известно, что $\cos \alpha - \cos \beta = 0,9$; $\cos 3\alpha - \cos 3\beta = 0,216$. Найдите наименьшее значение выражения $\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta$.

999869671369

Ответ:

1,19

Задача 3.2

Задача 3. #25 ID 1370

Окружность проходит через вершину B треугольника ABC и через его точку пересечения биссектрис I , причем прямая AI касается этой окружности. Пусть X и Y — точки пересечения сторон AB и BC соответственно с этой окружностью, а Z есть точка пересечения стороны AC с прямой IY . Найдите радиус окружности, описанной около треугольника XYZ , если $BY = 3,5$, $AX = 5$. Ответ округлите до трёх знаков после запятой.

999869671370

Ответ:

4,183

Задача 3. #26 ID 1371

Окружность проходит через вершину B треугольника ABC и через его точку пересечения биссектрис I , причем прямая AI касается этой окружности. Пусть X и Y — точки пересечения сторон AB и BC соответственно с этой окружностью, а Z есть точка пересечения стороны AC с прямой IY . Найдите радиус окружности, описанной около треугольника XYZ , если $BY = 4$, $AX = 8$. Ответ округлите до трёх знаков после запятой.

999869671371

Ответ:

5,657

Задача 3. #27 ID 1372

Окружность проходит через вершину B треугольника ABC и через его точку пересечения биссектрис I , причем прямая AI касается этой окружности. Пусть X и Y — точки пересечения сторон AB и BC соответственно с этой окружностью, а Z есть точка пересечения стороны AC с прямой IY . Найдите радиус окружности, описанной около треугольника XYZ , если $BY = 6$, $AX = 10$. Ответ округлите до трёх знаков после запятой.

999869671372

Ответ:

7,746

Задача 3. #28 ID 1373

Окружность проходит через вершину B треугольника ABC и через его точку пересечения биссектрис I , причем прямая AI касается этой окружности. Пусть X и Y — точки пересечения сторон AB и BC соответственно с этой окружностью, а Z есть точка пересечения стороны AC с прямой IY . Найдите радиус окружности, описанной около треугольника XYZ , если $BY = 4,5$, $AX = 7,5$. Ответ округлите до трёх знаков после запятой.

999869671373

Ответ:

5,809